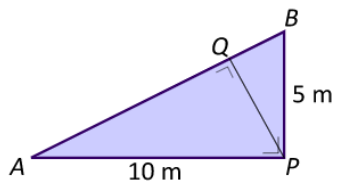
Goniometrische verhoudingen

Uitleg 1:



Je ziet een rechthoekige driehoek APB. De hoogtelijn PQ stelt de afstand van punt P tot lijnstuk AB voor.

Deze afstand PQ kun je berekenen met behulp van gelijkvormigheid: twee driehoeken zijn gelijkvormig als hun hoeken gelijk zijn. Dat is het geval bij de driehoeken APB en PQB. Je noteert $\Delta APB \sim \Delta PQB$ met de overeenkomstige hoekpunten op dezelfde plaats.

Je weet dan dat de verhoudingen van de overeenkomstige zijden gelijk zijn:

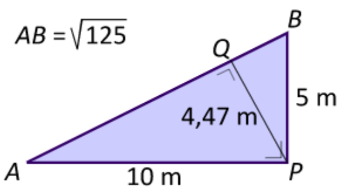
$AP = 10$	$PB = 5$	AB
PQ	QB	$PB = 5$

Je ziet nu dat je van ΔAPB nog de lengte van AB moet berekenen.
Daarvoor gebruik je de stelling van Pythagoras in ΔAPB:
$AP^2 + PB^2 = AB^2$ geeft $10^2 + 5^2 = 125 = AB^2$, zodat $AB = \sqrt{125} \approx 11{,}180$.

Deze waarde van AB kun je in de tabel invullen. Er geldt: $\dfrac{PQ}{AP} = \dfrac{PB}{AB}$, dus $\dfrac{PQ}{10} \approx \dfrac{5}{11{,}180} \approx 0{,}447$.

Dit levert op $PQ \approx 4{,}47$ m.

Uitleg 2:



Dit is dezelfde figuur als in Uitleg 1.
De afmetingen die je daar hebt berekend, staan nu in de figuur.

Als je hierin hoeken wilt berekenen, maak je gebruik van de bekende goniometrische verhoudingen sinus, cosinus of tangens.

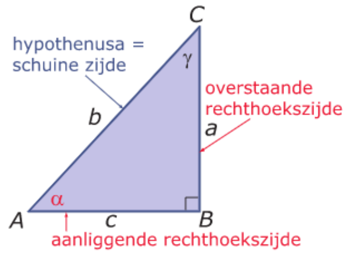
Bijvoorbeeld kun $\angle QPB$ berekenen in de rechthoekige driehoek PQB.
Je weet dan de aanliggende rechthoekszijde PQ van $\angle QPB$ en je weet de langste zijde PB.

Dus: $\cos(\angle QPB) \approx \dfrac{4{,}47}{5} \approx 0{,}894$.

En daarmee bereken je $\angle QPB \approx 26{,}6^\circ \approx 27^\circ$.
Daarbij moet je terugrekenen vanuit cosinus. Op rekenmachines wordt daarvoor $\arccos$, of $\text{inv}\cos$, of $\cos^{-1}$ gebruikt.

Belangrijk is dat goniometrie vooralsnog alleen in rechthoekige driehoeken kan worden toegepast.
Je moet daarom telkens goed opletten waar zo'n driehoek is te vinden. En dan moet je de goniometrische verhoudingen nog weten, je vind ze nog eens in de Theorie .

Theorie



Je ziet hier een rechthoekige driehoek. De lengtes van de zijden worden met kleine letters aangeduid die corresponderen met de hoofdletters van de hoekpunten er tegenover. De groottes van de hoeken worden met griekse letters aangeduid die corresponderen met de hoekpunten. In dit geval is $\beta = 90^\circ$. In zo'n rechthoekige driehoek geldt:

De **stelling van Pythagoras**:

$$(\text{éne rechthoekszijde})^2 + (\text{andere rechthoekszijde})^2 = (\text{hypothenusa})^2 .$$

De **goniometrische verhoudingen**:

$$\sin(\alpha) = \frac{\text{overstaande rechthoekszijde}}{\text{hypothenusa}}$$

$$\cos(\alpha) = \frac{\text{aanliggende rechthoekszijde}}{\text{hypothenusa}}$$

$$\tan(\alpha) = \frac{\text{overstaande rechthoekszijde}}{\text{aanliggende rechthoekszijde}}$$

Verder gebruik je vaak het feit dat driehoeken **gelijkvormig** zijn als hun overeenkomstige hoeken gelijk zijn. Hun overeenkomstige zijden hebben dan gelijke verhoudingen. De éne driehoek is een **vergroting** van de andere. Er is een vaste **vergrotingsfactor** van de lengtes van de éne driehoek naar de overeenkomstige lengtes van de andere driehoek.